



# Coupling Numerical Analysis Method for Primary and Secondary Consolidation of Soft Soil Foundation

Zhang Kui, Yao Yangping\*

School of Transportation Science and Engineering, Beihang University, Beijing, China

## Email address

zkscien@126.com (Zhang Kui), ypyao@buaa.edu.cn (Yao Yangping)

\*Corresponding author

## To cite this article:

Zhang Kui, Yao Yangping. Coupling Numerical Analysis Method for Primary and Secondary Consolidation of Soft Soil Foundation. *Science Discovery*. Vol. 11, No. 1, 2023, pp. 18-23. doi: 10.11648/j.sd.20231101.13

**Received:** January 29, 2023; **Accepted:** February 20, 2023; **Published:** February 24, 2023

**Abstract:** Soft clay is widely distributed in our country, and this type of soil usually has the character of large compressibility and poor permeability, so the foundation composed mainly of soft clay is prone to primary and secondary consolidation coupling settlement deformation after the completion of construction. In this paper, secondary consolidation deformation is redefined in the improved time logarithmic coordinate system, and the calculation formula of secondary consolidation deformation is given. Then an extended unified hardening model is introduced, and by applying this model, the effect of time can be transformed to the increment of equivalent stress. The numerical governing equations are established in combination with the seepage consolidation theory. Thus the coupling analysis of primary and secondary consolidation of soft clay foundation can be realized. By means of a finite element case analysis and verification of subgrade construction and post-construction deformation, it is found that the effective calculation of primary and secondary consolidation deformation can be accomplished smoothly based on the extended unified hardening model, and meanwhile the permeability coefficient and secondary consolidation parameters are able to effectively control the primary consolidation deformation and secondary consolidation deformation of soft clay foundation. The research is valuable to develop the prediction method of soft clay foundation deformation and improve the prediction accuracy of soft clay foundation deformation in engineering, and it is of great significance to solve complex geotechnical engineering problems.

**Keywords:** Soft Clay Foundation, Numerical Calculation, E-UH Constitutive Model, Primary Consolidation, Secondary Consolidation

## 软土地基主次固结耦合数值分析方法

张奎, 姚仰平\*

北京航空航天大学交通科学与工程学院, 北京, 中国

## 邮箱

zkscien@126.com (张奎), ypyao@buaa.edu.cn (姚仰平)

**摘要:** 软粘土在我国分布较为广泛, 但由于其具有压缩性大、渗透性差的力学特性, 由软粘土构成的地基在施工完毕后就容易出现主次固结耦合的沉降。研究在改进的时间对数坐标系中重新定义次固结变形, 并给出了次固结变形计算公式。然后引入了能够将时间作用与力的增量进行等效的扩展统一硬化模型, 并与渗流固结理论结合建立数值计算控制方程, 实现了软土地基的主次固结耦合分析。通过软土地基施工及工后变形有限元案例分析验证, 发现依托扩展统一硬化模型能够顺畅实现主次固结变形的有效计算, 渗透系数和次固结参数能够有效的控制软土地基的主固结变形及

次固结变形量。研究对改进软土地基变形预测方法, 提高工程中软土地基变形预测精度具有重要价值, 对复杂岩土工程问题的解决具有重要意义。

**关键词:** 软土地基, 数值计算, E-UH本构模型, 主固结, 次固结

## 1. 引言

我国是一个地域广阔的国家, 公路、铁路建设难免会遇到软土地基的情况, 近年来在我国“一带一路”一些工程建设合作项目中, 也遇到了软土地基变形问题。陇海铁路连云港地区软土地基自开通以来普遍发生下沉[1], 经历多次加固整修, 消耗了大量资金及人力物力, 衡广复线、三茂铁路等均出现过软土路基变形问题。软土地基由于其本身的力学特性, 容易出现较大的路基沉降, 难以保证道路的平顺性及车辆的安全舒适性, 引起道路安全隐患。图1所示为某高速铁路路基施工现场, 当地由于特有的地质水文条件, 存在软粘土地基, 路基工后变形问题较为突出。



图1 高速铁路路基施工现场。

软土通常具有压缩性大、渗透系数小等特性, 路基建成后, 变形需延续较长时间才能稳定, 易产生过大的变形[2]。从工后变形分类来讲, 软土地基变形通常由主固结变形和次固结变形组成: 主固结变形与软土的渗透性有关, 特别是对于渗透性较差的土体, 当路基施工完成后, 往往地基内部所产生的超静孔隙水压力并未完全消散, 该过程有时会持续数年甚至数十年, 此种状况下, 主固结产生的地基变形也会随时间逐步积累, 影响上部路基的稳定; 次固结变形是指主固结变形以外, 在有效应力不变的情况下, 土体随时间发生的变形, 例如土体的蠕变等, 次固结变形的大小与土的特性有关, 泥炭土、高塑性土等次固结变形较为明显。

软土地基的变形预测方法有分层总和法、曲线拟合法、有限元等数值计算方法。分层总和法计算分层沉降时, 基于弹性理论或经验公式计算瞬时沉降, 用一维的 $e$ - $\lg p$ 曲线计算主固结沉降, 用次固结系数计算次固结沉降。分层总和法简单易用, 但采用了一系列假定, 难以保证精度。曲线拟合方法需要建立沉降和时间的关系模型, 通过一定时间的实测沉降数据确定模型参数, 然后对未来变形进行预测, 曲线拟合方法基于实测数据确定模型参数, 对长期沉

降的预测误差较小。杨涛等[3]基于指数法研究了分级填筑路堤沉降预测方法; 吕庆等[4]针对高填方路堤通过反演黏弹性参数开展工后沉降预测; 叶观宝等[5]基于监测数据进行了软土高填方地基性能分析; 曹光棚等[6]提出了工后沉降变形简化算法; 姚仰平等[7]针对临线堆载建立了高速铁路基长期沉降预测方法。这些方法本质上是土在一维单调加载条件下均质土层的沉降预测方法, 无法明确的区分主次固结变形, 同时无法考虑地基土不均匀分布的状况。

数值计算方法则可以适用于任意的边界条件和加载方式, 同时能够考虑土层的不均匀性和土层性质的非线性特征等。沈珠江[8]建立了流变模型并进行应用; 殷建华[9, 10]建立了土材料的弹粘塑性模型, 并将其应用于有限元计算。数值计算方法应用范围较广、适用性较强, 也是当前发展较为完善的基本分析方法。采用数值方法预测地基土变形其难点在于要同时计算主固结变形和次固结变形, 这需要开展计算所需的本构模型应能够较好的反映土体的基本力学特性, 描述土在复杂力学状态下的强度变形规律, 以更精准的进行流固耦合作用下的土体固结变形计算, 同时本构模型还需要反映土体随时间的变形规律, 以实现主次固结变形的耦合分析。

## 2. 改进的软土地基次固结变形计算公式

图2所示为 $e$ - $\ln(t+t_0)$ 坐标系软土地基变形组成示意图,  $t_0$ 为量纲的归一化参数, 选择 $e$ - $\ln(t+t_0)$ 坐标系描述变形是为了在数值计算中能够更好的与本构模型理论相结合, 规避数值计算公式错误。G点前超静孔隙水压力消散, G点主固结阶段完成。G点到B点完全为由时间导致的次固结变形, 但实际上, 时间引起的次固结变形从 $t_0$ 到 $t+t_0$ 时刻全程都存在, 即主固结变形阶段次固结变形也是同时存在的, 两者并不独立。

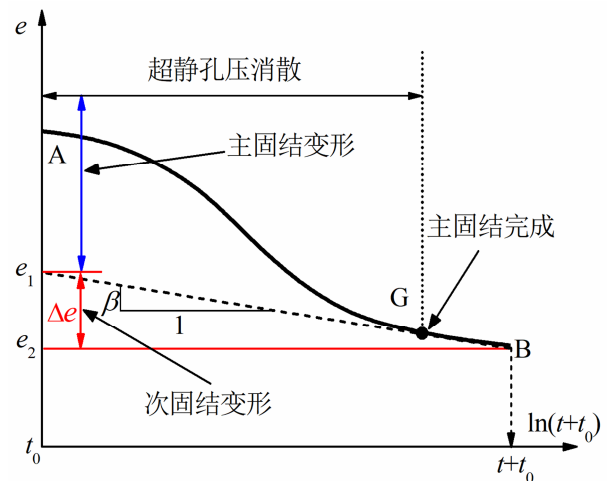


图2  $e$ - $\ln(t+t_0)$ 坐标系软土地基变形组成。

土的次固结变形可以在 $e-\ln(t+t_0)$ 坐标下用一条渐近直线表示, 故次固结变形 $\Delta e$ 可表示为:

$$\Delta e = -\beta \ln\left(\frac{t+t_0}{t_0}\right) \quad (1)$$

式中,  $\beta$ 为次固结变形渐近直线的斜率, 反映土的次固结特性;  $t$ 为次固结变形时间。

土的主固结变形依托于流固耦合计算, 随有效应力变化而变化, 因此与所采用的本构模型密切相关。

### 3. 软土地基主次固结数值计算方法

#### 3.1. 扩展的统一硬化本构模型

统一硬化本构模型(UH模型)是由国内知名土力学学者姚仰平提出的, 该模型以临界状态理论为基础, 提出了土的统一硬化方程, 实现了对土的硬化/软化、剪胀/剪缩、超固结/正常固结、砂土/粘土等多个层面的统一描述, 模型基本参数较少且容易确定, 具有较高的工程应用前景。并以此为基础开发了一系列能够考虑复杂外部因素影响和各种加载条件的特殊UH模型, 形成了土的统一硬化本构理论体系[11-15]。尤其是基于小应变刚度和时间行为所建立的扩展统一硬化模型(E-UH模型)为软粘土地基变形计算奠定了坚实基础。

E-UH模型的应力应变关系可以表示为:

$$\begin{Bmatrix} dp + B_1 dt \\ dq + B_2 dt \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K \cdot A_1 & 3KG \cdot A_2 \\ 3KG \cdot A_2 & 3G \cdot A_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_d \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式中:  $p$ ,  $q$ 分别为平均应力和广义剪应力;  $\varepsilon_v$ ,  $\varepsilon_d$ 分别为体变和剪应变;  $K$ ,  $G$ 为弹性体积模量和剪切模量,  $K$ ,  $G$ 包含了土的小应变刚度处理;  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ 为刚度矩阵中弹塑性变形项;  $B_1 dt$ ,  $B_2 dt$ 为时间引起的等效应力项。

根据公式(2), 在模型应力应变表达式中, 时间的作用等效为力的作用, 通过等效处理, 次固结变形等效与土的本构方程中, 大大降低了问题的复杂性。总之, E-UH模型对有效应力的预测更加细致、科学, 故而其固结变形计算也更加准确可靠。

#### 3.2. 主次固结耦合数值计算的实现

在有限元数值计算的控制方程中引入Biot固结方程[16], 对孔隙水不可压缩的饱和土体, 平衡方程应满足:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \gamma_x = 0 \\ \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \gamma_y = 0 \\ \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \gamma_z = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $u$ 为孔隙水压力,  $\gamma_x$ ,  $\gamma_y$ ,  $\gamma_z$ 分别为 $x$ ,  $y$ ,  $z$ 方向上土的重度。用有效应力原理表示的本构关系:

$$\{\Delta \sigma'\} = [D'] \{\Delta \varepsilon'\} \quad (4)$$

式中:  $D'$ 代表刚度矩阵, 对于E-UH模型, 公式(4)为公式(2)的六分量变体表述形式。连续性方程可以表示为:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} - Q = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (5)$$

式中,  $v_x$ ,  $v_y$ 和 $v_z$ 分别为孔隙水在 $x$ ,  $y$ ,  $z$ 方向上的表面流速分量;  $Q$ 代表源和/或汇。广义达西定律表示为:

$$\{v\} = -[k]\{\nabla h\} \quad (6)$$

式中,  $k$ 为渗透系数矩阵;  $h$ 为水头。

通过引入E-UH模型作为流固耦合计算的物理方程, 可以实现主次固结耦合水-力-时间场的有效数值计算。

### 4. 主次固结耦合计算案例

#### 4.1. 分析方案

分析基于商业有限元软件Abaqus实现, 使用自定义的E-UH UMAT子程序, C3D8P单元, 采用双线路堤断面, 根据平面应变假定和对称性, 选择如图3所示的计算简化模型。其中最下方为地基土层, 地基土层高度设置为15m, 地基土以上为路基体, 路基体高7m。模型底部采用固定约束, 两端滑动边界, 限制水平位移, 上部为自由边界, 地基土上表面设置为孔隙水压力边界, 孔隙水压力为0, 根据材料将路基分为4层: 填料层、基床底层、基床表层、混凝土基础。

地基土表面以下3m设置一条空间监测轨迹Path用于显示地基土的空间变形分布, 轨迹最远处距离路基中轴线35.8m, 并在路基中轴线与监测轨迹相交处设置点 $P_M$ 以记录该点变形随时间的演化过程。

使用弹性模型模拟路基各层材料。路基各层的弹性模量填料层45MPa, 基床底层为60MPa, 基床表层为120MPa, 混凝土基础为150MPa。地基土选用马来西亚高岭土, 是典型的软粘土[17], 其参数如表1所示, 渗透系数取  $k = 0.001728$  m/天。

表1 软土地基E-UH模型参数取值。

参 数	基本参数				小应变	次固结
	$M$	$\nu$	$\kappa$	$\lambda$	$w$	$\beta$
取 值	0.9	0.33	0.079	0.244	100	0.001

计算分为两个部分, 第一部分为路基施工期的计算, 采用分层施工的方式, 每一层施工工期设为100天, 以保证孔隙水压力进行一定程度的消散, 填料层设置为两级施工。第二部分为工后变形计算, 设置时间为10年, 获得工后变形的积累演化过程。路基施工变形和工后变形能够统

一于一次计算中，主固结变形和次固结变形能够统一于一 次计算中。

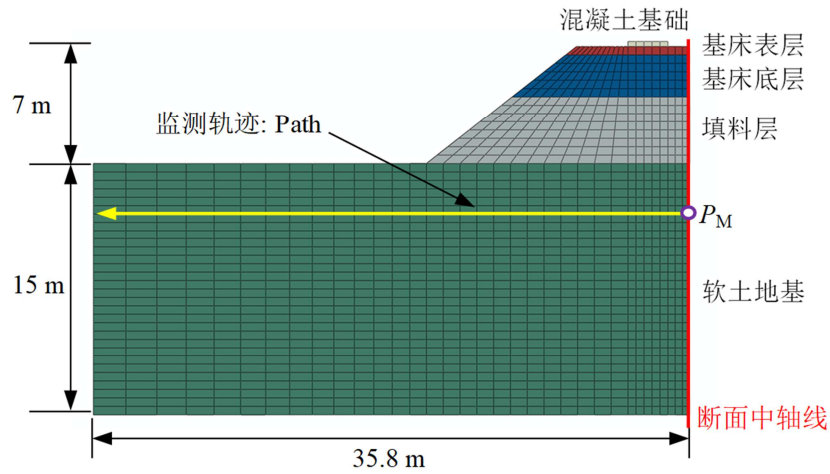


图3 路基变形计算简化模型。

#### 4.2. 结果分析

路基施工完成后，由于蠕变等因素的影响，变形通常会持续很长的时间。E-UH模型通过次固结参数 $\beta$ 计算土的次固结变形。图4所示为参数 $\beta$ 对路基变形的影响分析图，计算分别取参数 $\beta$ 为0~0.005，得到沿空间监测轨迹地基土的总变形扣除路基施工变形后的工后变形曲线，可以发现，参数 $\beta$ 越大，路基工后变形越显著，体现了次固结变形计算的有效性。

对于一般透水性较好的地基土，工后变形主要由次固结变形组成，仅需要确定合理的 $\beta$ 取值便可以实现路基工后变形的有效预测。但是对于透水性较差的软粘土地基，主固结变形的完成需要施工后数年，这会导致工后变形产生主次固结的耦合影响。图4所示变形曲线，对于 $\beta = 0$ 的情况，理论上次固结变形为0，然而计算所得结果不为0，此时残余的工后变形为地基土的主固结变形。

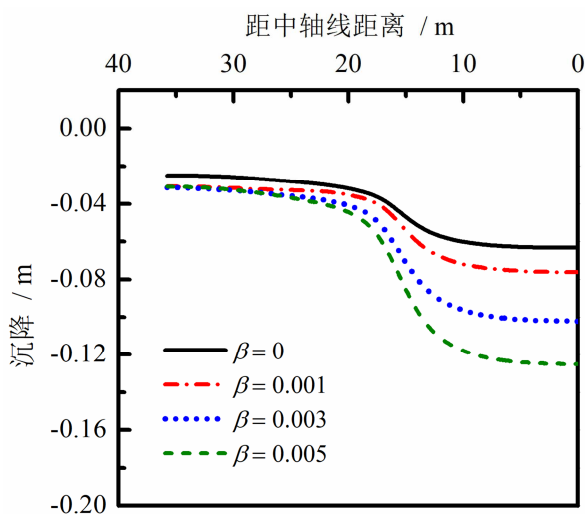


图4 不同 $\beta$ 取值空间轨迹沉降分布曲线。

在数值计算中引入E-UH模型能够巧妙的实现主次固结的耦合计算。一方面，在E-UH模型中，主次固结分别取参数进行计算控制，对于主固结变形，计算中以渗透系数 $k$ 控制主固结变形速率，而次固结变形量用参数 $\beta$ 描述。另一方面，基于E-UH模型中时间作用和应力增量间的等效作用，数值计算过程将二者统一于共同的时间场变量中，具体来说，在本算例中渗透系数 $k$ 和次固结参数 $\beta$ 的单位均以天为单位进行统一化，这样主次固结的作用在计算中便可最终以变形量的形式进行叠加，即实现了对二者的耦合分析。

图5所示为不同 $\beta$ 对应的监测点 $P_M$ 的工后变形曲线。由图可知，点 $P_M$ 在前365天的时间内工后变形较为剧烈，之后变形趋于缓和，而 $\beta = 0$ 所对应的曲线保持水平，即工后变形不再增加，这说明该曲线工后变形完全由主固结变形组成。而对于 $\beta$ 不为0的情况，主固结变形完成后，次固结变形还会继续发展，工后变形总量也会继续累积。

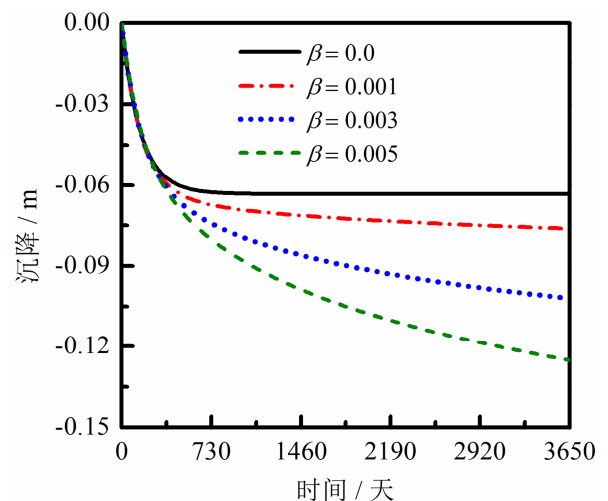
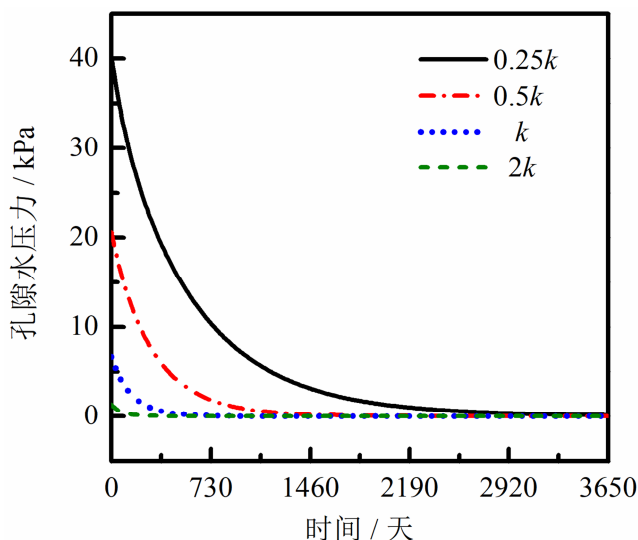


图5 不同 $\beta$ 取值测点 $P_M$ 的工后变形曲线。

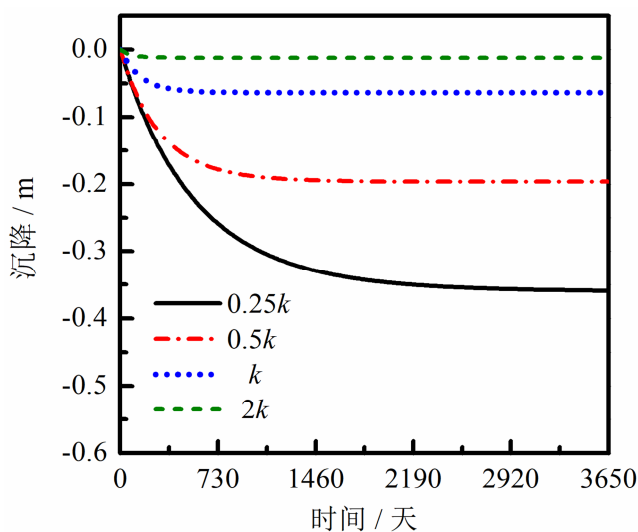


由对图5分析可知,在现有的渗透系数下,大约需1年左右的时间,地基土的主固结过程才能基本结束,工后变形发展才能逐渐趋于缓和,这说明土的渗透性极大影响着工后变形的发展。为进一步分析土的渗透性对工后变形的影响,改变渗透系数为 $0.25k$ 、 $0.5k$ 、 $k$ 、 $2k$ ,提取各渗透系数条件下测点 $P_M$ 的工后变形曲线及孔隙水压力变化曲线,见图6。

由图6(a)所示,由于前期施工时间保持不变,不同渗透系数对应点 $P_M$ 施工完成后的初始孔压存在较大差异,对渗透系数为 $0.25k$ 的情况,点 $P_M$ 的初始孔压为 $40\text{kPa}$ ,而对渗透系数为 $2k$ 的情况,点 $P_M$ 的初始孔压仅为 $1.5\text{kPa}$ ,相应的超静孔隙水压力消散完成所需的时间也产生很大不同,对渗透系数为 $2k$ 的情况,渗透系数大,初始的超静孔压小,因此孔压大约仅需100天时间消散完,而对渗透系数为 $0.25k$ 的情况,渗透系数小,初始空压大,孔压则需要月2920天的时间才可消散完成。图6(b)工后变形的变化曲线也存在相同的规律,这说明点 $P_M$ 的工后变形曲线受地基土渗透性的影响较大。



(a) 孔压随时间的变化



(b) 沉降随时间的变化

图6 不同渗透系数 $k$ 测点 $P_M$ 的工后变形曲线。

以上数值计算结果体现了次固结参数和渗透系数在软土路基变形分析中的重要作用,这表明基于E-UH进行有限元数值计算,若能给定合理的模型参数,可有效解决软粘土地基施工完成后主次固结变形计算的问题。

## 5. 结论

通过对主次固结耦合数值分析方法的介绍及有限元分析案例应用,可以得出以下结论:

- (1) 通过引入改进的 $e-\ln(t+t_0)$ 坐标系,主次固结变形的定义更加合理、清晰,进而为本构模型中次固结变形等效公式的建立奠定基础;
- (2) 扩展的统一硬化模型能够将次固结作用等效为有效应力增量,同时联合渗流固结理论建立新的控制方程,可以有效实现主次固结耦合分析计算;
- (3) 通过软粘土地基有限元案例分析可知,次固结参数 $\beta$ 能有效控制地基土的次固结变形发展,结合合理的渗透系数,能够解决软粘土地基变形预测中存在的主次固结耦合问题。

## 基金项目

研究由国家重点研发计划项目(No.2018YFE0207100)和国家自然科学基金(No.51979001)资助。

## 参考文献

- [1] 赵九斋. 连云港软土路基沉降研究 [J]. 岩土工程学报, 2000, 22 (6): 643-649.
- [2] 王炳龙. 高速铁路路基工程 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 2007.
- [3] 杨涛, 戴济群, 李国维. 基于指数法的分级填筑路堤沉降预测方法研究 [J]. 土木工程学报, 2005 (05): 92-95.
- [4] 吕庆, 尚岳全, 陈允法, 等. 高填方路堤黏弹性参数反演与工后沉降预测分析 [J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24 (7): 1231-1235.
- [5] 叶观宝, 饶烽瑞, 张振, 等. 基于监测数据反演的软土高填方地基性能分析 [J]. 岩土工程学报, 2017, 39 (s2): 62-66.
- [6] 曹光棚, 宋二祥, 徐明. 山区机场高填方地基工后沉降变形简化算法 [J]. 岩土力学, 2011 (S1): 1-5.
- [7] 姚仰平, 王琨, 王乃东, 等. 临线堆载影响下高速铁路基长期沉降预测方法 [J]. 岩土工程学报, 2019, 41 (4): 625-630.
- [8] 沈珠江. 土石料的流变模型及其应用 [J]. 水利水运科学, 1994, 4: 335-342.
- [9] 殷建华. 等效时间和岩土材料的弹黏塑性模型 [J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 18 (2): 124-124.

- [10] Zhu G F, Yin J H. Finite element analysis of consolidation of layered clay soils using an elastic visco - plastic model [J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 2015, 23 (4): 355-374.
- [11] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays [J]. Géotechnique, 2009, 59 (5): 451-469.
- [12] YAO Y P, ZHOU A N. Non-isothermal unified hardening model: a thermo-elasto-plastic model for clays [J]. Géotechnique, 2013, 63 (15): 1328-1345.
- [13] YAO Y P, LIU L, LUO T. A constitutive model for granular soils [J]. Science China Technological Sciences, 2018, 61 (10): 1546-1555.
- [14] YAO Y P, ZHANG K. Innovations of the UH model associated with a clue of stress-strain chain [J]. Transportation Geotechnics, 2022, 37: 100836.
- [15] ZHANG K, Yao Y P. Extended UH model and deformation prediction of high-speed railway subgrade [J]. Transportation Geotechnics, 2023, 39: 100942.
- [16] ZDRAVKOVIĆ L. Finite element analysis in geotechnical engineering: theory [M]. London: Thomas Telford, 1999.
- [17] LIM G T. Stabilisation of an excavation by an embedded improved soil layer [D]. National university of Singapore, 2004.

## 作者简介

**张奎**（1991-），第一作者，男，博士研究生，主要从事岩土工程数值计算方面的研究。

**姚仰平**（1960-），通讯作者，男，博士，教授，主要从事土的本构模型及强度理论等方面的研究。