Science Discovery
2019; 7(3): 161-164
http://www.sciencepublishinggroup.com/j/sd
doi: 10.11648/j.sd.20190703.15
ISSN: 2331-0642 (Print); ISSN: 2331-0650 (Online)

The Equivalent of the Goldbach Conjecture and "Even Number Is the Difference Between Two Prime Numbers"

Mi Zhou[1, 2]

[1]Philosophy Department, Ren Min University of China, Beijing, China
[2]Commerce Department, Suqian Economic and Trade Vocational School, Suqian, China

Email address:
Zhoumi19920626@163.com

To cite this article:
Mi Zhou. The Equivalent of the Goldbach Conjecture and "Even Number Is the Difference Between Two Prime Numbers". *Science Discovery*. Vol. 7, No. 3, 2019, pp. 161-164. doi: 10.11648/j.sd.20190703.15

Received: April 9, 2019; **Accepted**: May 25, 2019; **Published**: June 15, 2019

Abstract: Goldbach conjecture can be described as "an even number is the sum of two prime Numbers,", this description is well known, the Canadian guy's book «the unresolved problems in number theory», put forward a conjecture which is contrary to goldbach: that "evens are the different between two prime Numbers", the difficulty of the conjecture is not less than goldbach conjecture, as also an unresolved problem.This paper, based on the promotion of chandra symmetric matrix, there is a natural number as long as there is any matrix at the same time don't appear in the matrix as well as the matrix beginning of 4 , thus making the conjecture set up, thus obtained the equivalent propositions of "an even number are the difference between the two primes" conjecture: 2mn + m + n and 2m + m+n + x (m, n for any natural number, x takes only one value at a time, is a fixed) Is these two formulas can show all the natural Numbers greater than 4 + x? If not, then the "even number is the difference between two prime Numbers" conjecture is true, which is the equivalent of the conjecture. And I get the equivalent proposition of golabach too! Mathematicians can turn to this description, as long as have the solution of this new description, the original conjecture will also be solved, the road of research also greatly broaden, mathematicians on the new description of the solution, in the process of research should be have some achievements.The difference between this equivalent proposition and the original conjecture is that the original conjecture is only a description of a concept, while the equivalent proposition tends to be digitized and formulated.

Keywords: Number Theory, Equivalent Proposition, Chandra Matrix

“偶数为两个质数的差”猜想的等价命题

周密[1, 2]

[1]中国人民大学哲学院，北京，中国
[2]宿迁经贸高等职业技术学校商贸系，宿迁，中国

邮箱
Zhoumi19920626@163.com

摘要：哥德巴赫猜想的描述为“偶数为两个质数的和”，这个描述广为人知，加拿大盖伊的著作《数论中未解决的问题》一书提出了一个与哥德巴赫猜想有着相反描述的猜想“偶数为两个质数的差”，这个猜想的难度不亚于哥德巴赫猜想，也是作为一个未解决难题流传下来。本文根据钱德拉对称矩阵的推广，只要有任意矩阵都存在一个自然数同时不出现在此矩阵与4开头的矩阵，从而使得这个猜想成立，从而得出了“偶数为两个质数的差”猜想的等价命题：2mn＋m＋n和2mn＋m＋n＋x（m、n为任意自然数，x一次只能取一个值，为定值）这两个式子能不能表示出所有大于4＋x的自然数？如果不能，那么“偶数为两个质数的差”这个猜想成立，这就是这个猜想的等价命题。此外，2mn+m+n+5这个多项式表示不出来的自然数减去4，得到的数为a1，a2，a3…. 不能表示为2mn+m+n+a1、不能表示为2mn+m+n+a2、不能表示为2mn+m+n+a3…..的所有自然数的集合如果包含所有自然数，那么哥德巴赫猜想成立，这个描述和哥德巴赫猜想的成立性等价。数学家可以转而研究这个

描述，只要解决了这个新的描述，这个原来猜想也就解决，研究之路也极大拓宽，不排除有数学家在新的描述上解决的可能性，就算解决不了，在研究的过程中也当有所发现。这个等价命题与原猜想的区别在于，原来的猜想只是一个概念的描述，等价命题则倾向于数字化，公式化。除此以外，本文也得到了哥德巴赫猜想的等价命题。

关键词： 数论，等价命题，钱德拉矩阵

1．引言

哥德巴赫猜想广为人知，它的描述就是“偶数为两个质数的和”，也就是陈景润的“1+1”版本。然而一开始哥德巴赫提出这个猜想的时候，它的描述并不是这个，它的最初描述就是“大于9 的奇数为三个质数的和”，是欧拉把哥德巴赫提出的这个描述也就是“奇哥猜”转化为现在流行的版本“偶哥猜”，欧拉的等价版本提出来之后，像陈景润，王元，潘承洞这些人的成果都基于欧拉的新版本，欧拉的工作意义就在于此，极大拓宽了研究视野。加拿大盖伊所著《数论中未解决的问题》[1]一书收录了数论里数百个未解决问题，其中有一个猜想与哥德巴赫猜想[2]的描述相反，它的描述为“偶数为两个质数的差”[3]。我把这个猜想通过钱德拉矩阵的推广，也把这个猜想做了一个转化，转换为另外一个描述，除此以外本文也得到了哥德巴赫猜想的等价命题，这两个猜想的研究者穷尽了已有的办法，收效不大，我找到了这个猜想的等价命题，把它转化成了另外一个描述，数学家可以转而研究这个描述，只要解决了这个新的描述，这个原来猜想也就解决，研究之路也极大拓宽，不排除有数学家在新的描述上解决的可能性，就算解决不了，在研究的过程中也当有所发现。

这个等价命题与原猜想的区别在于，原来的猜想只是一个概念的描述，等价命题则倾向于数字化，公式化。

2．方法

钱德拉矩阵有一个特殊的性质，就是一个自然数N出现在里面，2N+1必为合数，反之则为质数，本文独创钱德拉矩阵的推广，得出了无数具有相似性质的矩阵，只要有任意一个推广的矩阵和原来的矩阵同时有至少一个相同的自然数不出现在这两个矩阵里，“偶数为两个质数的差”猜想成立。但是这个猜想的成立性必须同时满足两个条件：1.两个矩阵存在至少一个相同的自然数；2.这个自然数同时不出现。根据这两个条件限制，从而衍生出了“偶数为两个质数的差”猜想的等价命题。除此以外，也可以得到哥德巴赫猜想的等价命题。

2.1．一个未解决难题

哥德巴赫猜想的描述为“偶数为两个质数的和”，加拿大学者盖伊出版的著作《数论中未解决的问题》记载了一个与哥德巴赫猜想相反的猜想：偶数为两个质数的差。

2.2．钱德拉对称矩阵

1934年，东印度（现孟加拉国）的钱德拉提出一个正方形筛子：

第1行是首项为4,公差为3的等差数列4，7，10，…，4+3(n-1)，…

第2行是首项为7，公差为5的等差数列7，12，17，…，7+5(n-1)，…

第3行是首项为10，公差为7的等差数列10，17，24，…，10+7(n-1)，…

第4行是首项为13，公差为9的等差数列13，22，31，…，13+9(n-1)，…

…

第m行是首项为3m+1,公差为2m+1的等差数列3m+1,5m+2,7m+3,…，它的第n项为3m+1+(n-1)(2m+1)=2mn+m+n,…

写成以下的阵列：

表1 钱德拉矩阵。

	第1列	**第2列**	**第3列**	**第4列**	**第5列**	**…**	**第n列**	**…**
第1行	4	7	10	13	16	…	4+3(n-1)	…
第2行	7	12	17	22	27	…	7+5(n-1)	…
第3行	10	17	24	31	38	…	10+7(n-1)	…
第4行	13	22	31	40	49	…	13+9(n-1)	…
第5行	16	27	38	49	60	…	16+11(n-1)	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…
第m行	3m+1	5m+2	7m+3	9m+4	11m+5	…	2mn+m+n	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…

2.3．钱德拉筛子的性质[5]证明[6]

这个方筛的奥妙在于：如果某个自然数N出现在表中，那么2N＋1肯定不是素数；如果N在表中不出现，那么2N＋1肯定是素数。

事实上，如果N=2mn+m+n，则2N+1=2(2mn+m+n)+1=4mn+2m+2n+1=(2m+1)(2n+1)，它不是素数。反之，设N在表中不出现，如果2N+1不是素数，则2N+1必定是两个奇数之积，写2N+1=(2m+1)(2n+1)=4mn+2m+2n+1，得到N=2mn+m+n，

它出现在表中，与假设矛盾。所以当N不出现在矩阵中时2N+1必为质数。

2.4．钱德拉筛子的推广[7]

据此做出了几个类似矩阵（简化一些），对它做出了推演，找到了无数个具有相同性质的矩阵。这个矩阵推演后，会有很多美妙的现象出现以及有有效的应用。

表2 5开头的矩阵。

5	8	11	14	17	20	……….
8	13	18	23	28	33	……….
11	18	25	32	39	46	……….
……….						

在此矩阵中[8]若干自然数N出现在此矩阵中则2N—1肯定不是质数，若不出现则2N—1必然为质数，因为第一个矩阵5不出现，第二个矩阵6不出现而2×5+1=2×6－1，它们表示的是相同的自然数所以成立。也就是说，出现在这个矩阵里的自然数都可以表示为2mn+m+n+1设N在表中不出现，如果2N－1不是素数，则2N－1必定是两个奇数之积，写成2N－1=(2m+1)(2n+1)=4mn+2m+2n+2，得到N=2mn+m+n+1，它出现在表中，与假设矛盾。所以当N不出现在矩阵中时2N－1必为质数。

同理，再列出一个矩阵：

表3 6开头的矩阵。

6	9	12	15	18	……….
9	14	19	24	29	……….
12	19	26	33	40	……….
……….					

可得出若自然数N出现在此矩阵中则2N－3肯定不是质数，若不出现则2N－3必为质数，因为出现在这个矩阵里的自然数都可以表示为2mn+m+n+2设N在表中不出现，如果2N－3不是素数，则2N－3必定是两个奇数之积，写成2N－3=(2m+1)(2n+1)=4mn+2m+2n+3，得到N=2mn+m+n+2，它出现在表中，与假设矛盾。所以当N不出现在矩阵中时2N－3必为质数。

还可列出：

表4 4+x开头的矩阵。

4+x	7+x	10+x	13+x	……….
7+x	12+x	17+x	22+x	……….
10+x	17+x	24+x	31+x	……….
……….				

可得出若自然数N出现在矩阵中则2N－（2x－1）肯定不是质数，若不出现则2N－（2x－1）肯定是质数。因为出现在这个矩阵里的自然数都可以表示为2mn+m+n+x设N在表中不出现，如果2N－（2x－1）不是素数，则2N－（2x－1）必定是两个奇数之积，写成2N－（2x－1）=(2m+1)(2n+1)=4mn+2m+2n+x，得到N=2mn+m+n+x，它出现在表中，与假设矛盾。所以当N不出现在矩阵中时2N－（2x－1）必为质数。

2.5．得出猜想的等价命题[9]

以4、5、6、7、8、9、10、11…开头的矩阵的矩对应的分别是2n＋1 、2n-1、2n-3 、2n-5 、2n-7、2n-9 、2n-11、2n-13…..列一个表[9]：

表5 对应表。

4	2n+1	
5	2n-1	(2n＋1)－2
6	2n-3	(2n＋1)－4
7	2n-5	(2n＋1)－6
8	2n-7	(2n-＋1)－8
9	2n-9	(2n＋1)－10
10	2n-11	(2n＋1)－12
11	2n-13	(2n＋1)－14
……….		

当n不出现在4开头的矩阵里的时候，2n＋1是质数，那么当n同时不出现在4和5开头的矩阵的时候2n＋1和2n－1为质数，这个时候2=（2n＋1）-（2n－1）＝质数－质数。

当n不出现在4开头的矩阵里的时候，2n＋1是质数，那么当n同时不出现在4和6开头的矩阵的时候2n＋1和2n-3为质数，所以4=(2n＋1)-(2n-3)=质数-质数。

当n不出现在4开头的矩阵里的时候，2n＋1是质数，那么当n同时不出现在4和7开头的矩阵的时候2n＋1和2n-5是质数，所以6=(2n＋1)-(2n-5)=质数-质数。

……….

以此类推，对于同时不出现在4和4+x开头的矩阵里的n，2n＋1和2n－（2x－1）都是质数，这个时候2x等＝（2n＋1）－（2n－2x＋1），显然2x可以表示出所有偶数。

3．结果

这个猜想前提是至少存在一个自然数n同时不出现在4开头和4＋x开头的矩阵，4和4+x开头的矩阵都有无数个自然数不出现，只要有一个是相同的，这个猜想就成立了，这个猜想很大可能是成立的。[10]出现在4开头的自然数，都可以被2mn＋m＋n这个式子表示出来，出现在4＋x矩阵的自然数，都可以被2mn＋m＋n＋x这个式子表示出来，也就是说有一个大于4＋x自然数同时不能能被2mn＋m＋n和2mn＋m＋n＋x这两个式子表示出来，那么这个自然数就不出现在4和4＋x开头的这两个矩阵里，偶数为两个质数的差这个猜想就成立。

3.1．得出等价命题方案的提炼

上面关于等价命题的提出是基于钱德拉对称矩阵，它的优点是比较直观，缺点是比较冗长。下面还有一个比较简洁明了的等价命题得出方案，是从钱德拉对称矩阵里提炼出来的。

3.2．提炼版等价命题的提出方案

当N=2mn+m+n的时候，2N+1=2(2mn+m+n)+1=（2m+1）（2n+1），是合数。当N不等于2mn+m+n的时候，2N+1是质数。

假设N1可以表示为2mn+m+n，N2可以表示为2mn+m+n+x，那么2N1+1=2(2mn+m+n)+1=（2m+1）（2n+1），是合数；2N2－（2x－1）=2(2mn+m+n+x)－（2x－1）=（2m+1）（2n+1），是合数。当N1不可以表示为2mn+m+n的时候，2N1+1是质数，当N2不可以表示为2mn+m+n+x的时候，2N2－（2x－1）是质数。当N1=N2，且同时不可以表示为2mn+m+n和2mn+m+n+x的时候，2N1+1和2N2－（2x－1）都是质数，且(2N1+1)－（2N2－2x+1）=2x，2x是偶数，为两个质数的差。

3.3．哥德巴赫猜想的等价命题

对于不出现在4+x开头矩阵的N，2N-(2X-1)=P,P是质数，只要2x-1也是质数，2N就是两个质数的和，对于哥猜成立有两个条件，1，2x-1为质数，2，2N能够表示出所有偶数。对于条件1的成立，只要让x不出现在5开头的矩阵里就行，此时2x-1为质数，也就是说x不能表示为2mn+m+n+1，此时N不出现在4+x里面，也就是说N不出现在：不出现在5开头矩阵里的自然数加上4得到的自然数也就是不出现在9开头的矩阵里的自然数集合为A，以A里的自然数开头的矩阵，不出现在这些矩阵力的自然数为B,只要B能够表示出所有自然数，哥德巴赫猜想就成立。

结论：2mn+m+n+5这个多项式表示不出来的自然数减去4，得到的数为a1，a2，a3…. 不能表示为2mn+m+n+a1、不能表示为2mn+m+n+a2、不能表示为2mn+m+n+a3…..的所有自然数的集合如果包含所有自然数，那么哥德巴赫猜想成立，这个描述和哥德巴赫猜想的成立性等价。

4．讨论

利用钱德拉对称矩阵得出"偶数为两个质数的差"猜想的等价命题，优点是比较直观，缺点是比较冗长；提炼版本的等价命题提出方案，优点是比较简洁，缺点是比较晦涩。大家觉得哪种方案更好呢？

5．结论

1."偶数为两个质数的差"猜想的等价命题：2mn＋m＋n和2mn＋m＋n＋x（m、n为任意自然数，x一次只能取一个值，为定值）这两个式子能不能表示出所有大于4＋x的自然数？如果不能，那么"偶数为两个质数的差"这个猜想成立，这就是这个猜想的等价命题。

2、2mn+m+n+5这个多项式表示不出来的自然数减去4，得到的数为a1，a2，a3…. 不能表示为2mn+m+n+a1、不能表示为2mn+m+n+a2、不能表示为2mn+m+n+a3…..的所有自然数的集合如果包含所有自然数，那么哥德巴赫猜想成立，这个描述和哥德巴赫猜想的成立性等价。

致谢

本文感谢加拿大渥太华大学黄骏教授以及宿迁学院相关老师的研讨论证和帮助。

参考文献

[1] 盖伊.《数论中未解决的问题》.2007 年 1 月 4 日，科学出版社。

[2] 哥德巴赫猜想.1742 年.https://baike.so.com/doc/5351515-5586973.html。

[3] 偶数为两个质数的差.《数论中未解决的问题》.2007 年 1 月 4 日，科学出版社。

[4] 钱德拉对称矩阵.百度百科.https://baike.so.com/doc/24705238-25608647.html。

[5] 钱德拉筛子的性质.百度百科.https://baike.so.com/doc/24705238-25608647.html。

[6] 钱德拉筛子的性质证明.周密.《钱德拉筛及其推广》.中国科学院《科学智慧火花》http://idea.cas.cn/viewdoc.action?docid=20993。

[7] 钱德拉筛子的推广.周密.中国科学院《科学智慧火花》http://idea.cas.cn/viewdoc.action?docid=20993。

[8] 推广矩阵的特性.周密.中国科学院《科学智慧火花》http://idea.cas.cn/viewdoc.action?docid=20993。

[9] 等价命题.百度百科.https://baike.so.com/doc/8585945-8906762.html。

[10] "偶数为两个质数的差"很大可能成立，周密，《中学生数理化》，2017 年第 3 期，32-33。